

MATEMÁTICA



SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este caderno contém **oito** questões, constituídas de itens e subitens, abrangendo um total de **oito** páginas, numeradas de 3 a 10.
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu caderno está **completo**.
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
■ Questões 01, 02, 06 e 07: 12 pontos cada uma.
■ Questões 03, 04, 05 e 08: 13 pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas desta prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão da prova e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.
Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.
NÃO há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - Ao terminar a prova, entregue este caderno ao aplicador.

FAÇA LETRA LEGÍVEL

Duração desta prova: TRÊS HORAS.

Impressão digital do polegar direito
2ª vez
1ª vez

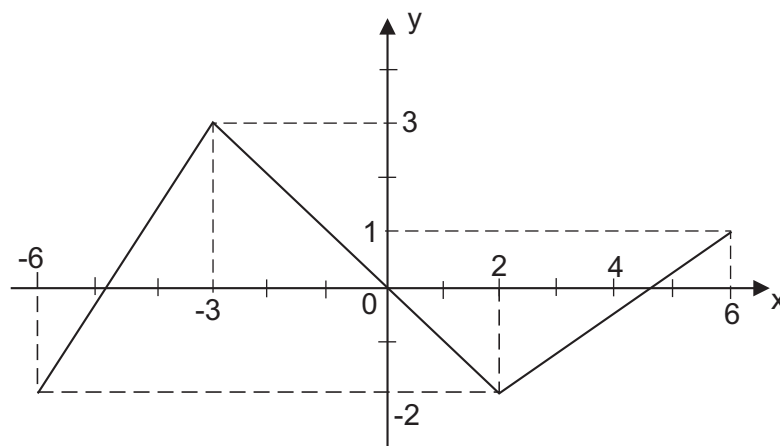
ATENÇÃO: Terminada a prova, após a entrega do caderno, você deve retirar-se imediatamente do prédio, onde lhe é vedado, a partir de então, permanecer nos corredores, usar quaisquer aparelhos eletrônicos, inclusive celulares, ou as instalações sanitárias.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

COLE AQUI A ETIQUETA

QUESTÃO 01

Nesta figura, está representado o gráfico da função $y = f(x)$, cujo domínio é o conjunto $\{x \in \mathbb{R} : -6 \leq x \leq 6\}$ e cuja imagem é o conjunto $\{y \in \mathbb{R} : -2 \leq y \leq 3\}$:



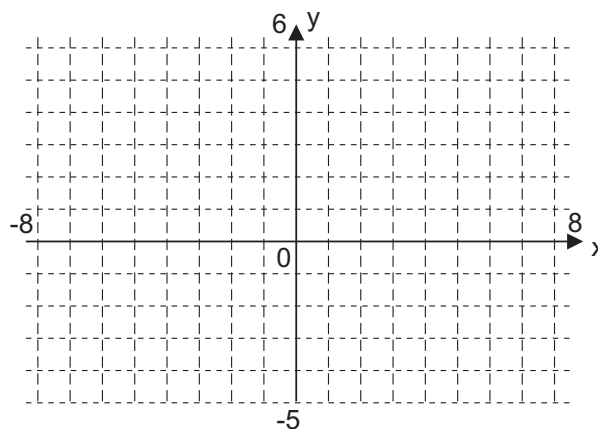
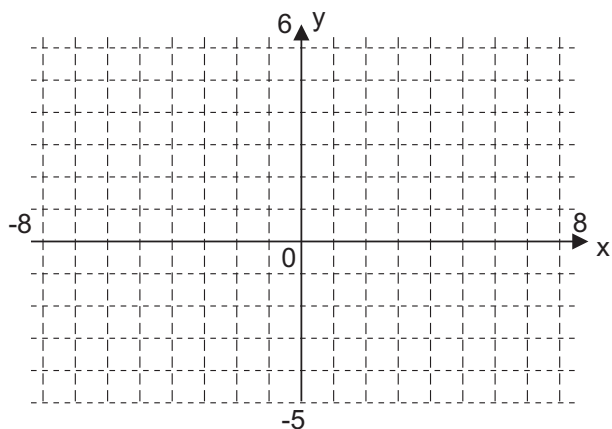
Sendo $g(x) = f(x) + 2$ e $h(x) = f(x+2)$,

1. **DETERMINE** $g(0)$ e $h(0)$.

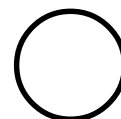
2. **ESBOCE** o gráfico de:

a. $y = g(x)$

b. $y = h(x)$



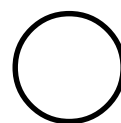
3. **DETERMINE** os domínios das funções g e h .



QUESTÃO 02

Seja o polinômio $P(x) = \sum_{j=1}^n (n+1-j)x^j = nx + (n-1)x^2 + (n-2)x^3 + \cdots + 2x^{n-1} + x^n$, em que o resto da divisão de $P(x)$ por $x-1$ é 55.

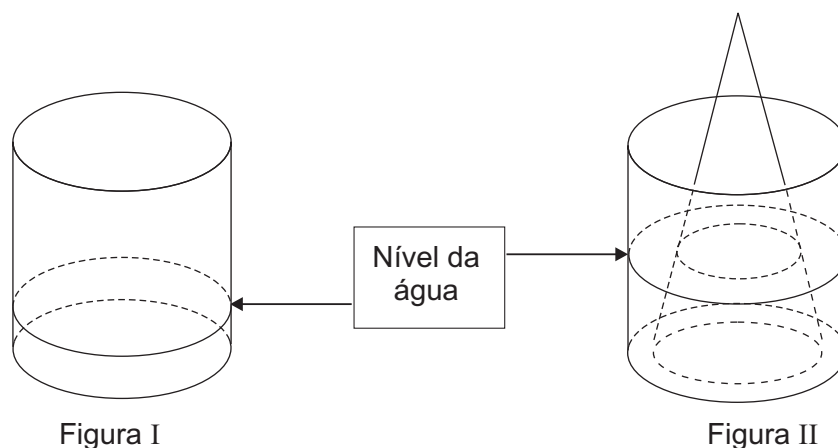
DETERMINE o grau de $P(x)$.



QUESTÃO 03

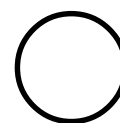
Um recipiente cilíndrico, cujo raio da base mede $\sqrt{7}$ cm, contém água até a altura de 2 cm (Figura I).

Colocando-se um sólido em formato de cone circular reto dentro desse recipiente, de forma que a base do cone fique totalmente apoiada na base do recipiente, o nível da água sobe até a altura de 3 cm, conforme mostrado na Figura II:



Sabe-se que a medida da altura do cone é 6 cm.

Assim sendo, **CALCULE** o raio desse cone.



QUESTÃO 04

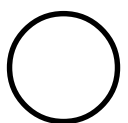
Considere o triângulo ABC , cujos lados AB e AC medem 1 e cujo ângulo \hat{BAC} mede 36° .

Seja D a interseção da bissetriz do ângulo \hat{ACB} com o lado AB .

1. **DEMONSTRE** que os triângulos BCD e CDA são isósceles.

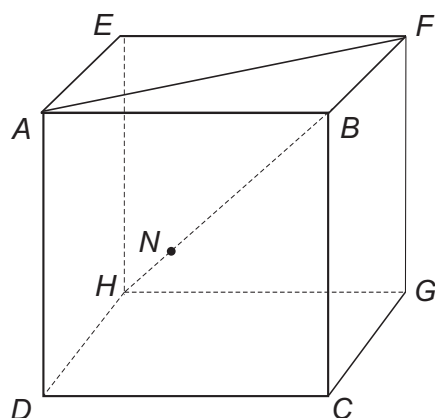
2. **CALCULE** a medida do lado BC do triângulo ABC .

3. **CALCULE** $\text{sen}18^\circ$.



QUESTÃO 05

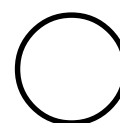
Observe este cubo de vértices A, B, C, D, E, F, G e H :



O ponto N da diagonal BH do cubo é tal que a medida do segmento BN é o dobro da medida do segmento HN .

Sabe-se que a aresta do cubo mede a .

Então, **CALCULE** o comprimento do segmento CN , em função de a .



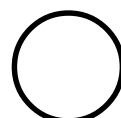
QUESTÃO 06

Seja z um número complexo.

Considere este sistema:

$$\begin{cases} |z| = 4 \\ |z - i| = \beta. \end{cases}$$

DETERMINE β para que esse sistema tenha solução **única**.



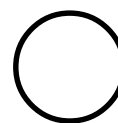
QUESTÃO 07

Numa escola, há 10 professores de Matemática e 15 de Português. Pretende-se formar, com esses professores, uma comissão de sete membros.

1. Quantas comissões distintas podem ser formadas?

2. Quantas comissões distintas podem ser formadas com, pelo menos, **um** professor de Matemática?

3. Quantas comissões distintas podem ser formadas com, pelo menos, **dois** professores de Matemática e, pelo menos, **três** professores de Português?



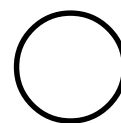
QUESTÃO 08

1. Uma elipse é o conjunto de pontos no plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos F_1 e F_2 é uma constante igual a k .

DETERMINE a equação da elipse em que $F_1 = (-\sqrt{15}, 0)$, $F_2 = (\sqrt{15}, 0)$ e $k = 8$.

2. Seja C uma circunferência de centro $(1,0)$ e raio r .

DETERMINE os valores de r para os quais a interseção de C com a elipse do item 1 seja **não-vazia**.





Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2004 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser autorizadas pela COPEVE/UFMG.