

# MATEMÁTICA



vestibular 2004 ufmg

**SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.**

**Leia atentamente as instruções que se seguem.**

- 1 - Este caderno contém **oito** questões, constituídas de itens e subitens, abrangendo um total de **oito** páginas, numeradas de 3 a 10.  
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu caderno está **completo**.  
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:  
■ Questões 01, 02, 06 e 07: 12 pontos cada uma.  
■ Questões 03, 04, 05 e 08: 13 pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas desta prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão da prova e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.  
Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.  
**NÃO** há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - Ao terminar a prova, entregue este caderno ao aplicador.

**FAÇA LETRA LEGÍVEL**

**Duração desta prova: TRÊS HORAS.**

Impressão digital do polegar direito  
2<sup>a</sup> vez  
1<sup>a</sup> vez

**ATENÇÃO:** Terminada a prova, após a entrega do caderno, você deve retirar-se imediatamente do prédio, onde lhe é vedado, a partir de então, permanecer nos corredores, usar quaisquer aparelhos eletrônicos, inclusive celulares, ou as instalações sanitárias.

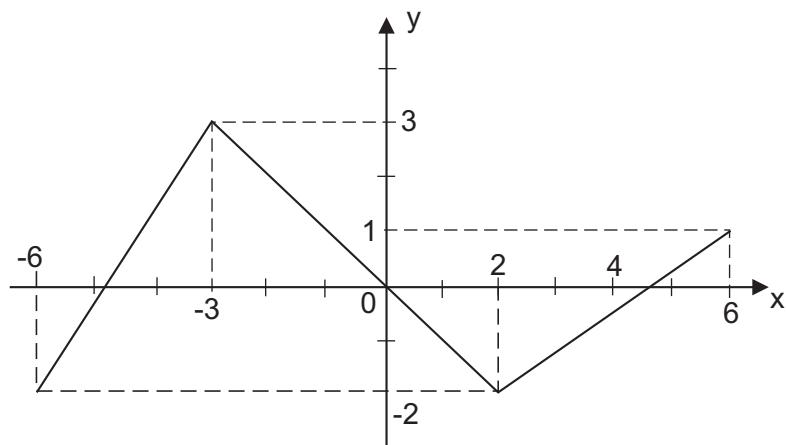
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**

COLE AQUI A ETIQUETA



**QUESTÃO 01**

Nesta figura, está representado o gráfico da função  $y = f(x)$ , cujo domínio é o conjunto  $\{x \in \text{IR} : -6 \leq x \leq 6\}$  e cuja imagem é o conjunto  $\{y \in \text{IR} : -2 \leq y \leq 3\}$  :

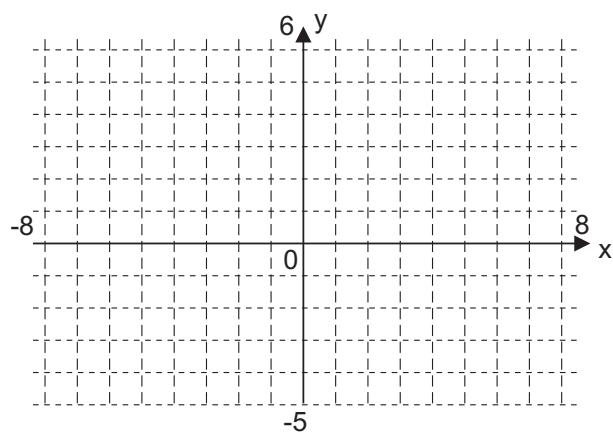


Sendo  $g(x) = f(x) + 2$  e  $h(x) = f(x+2)$ ,

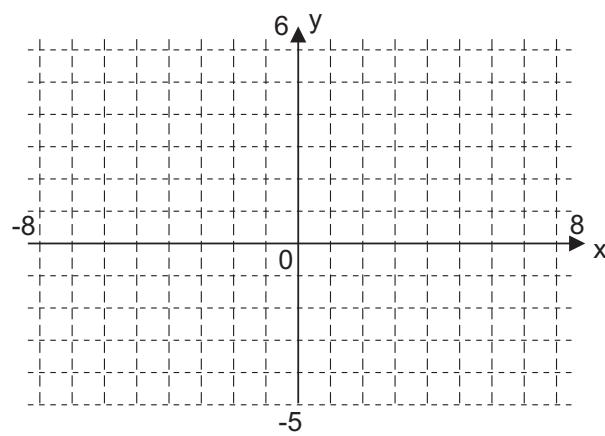
1. DETERMINE  $g(0)$  e  $h(0)$ .

2. ESBOCE o gráfico de:

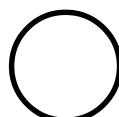
a.  $y = g(x)$



b.  $y = h(x)$



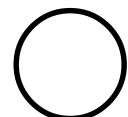
3. DETERMINE os domínios das funções  $g$  e  $h$ .



## QUESTÃO 02

Seja o polinômio  $P(x) = \sum_{j=1}^n (n+1-j)x^j = nx + (n-1)x^2 + (n-2)x^3 + \dots + 2x^{n-1} + x^n$ , em que o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x-1$  é 55.

**DETERMINE** o grau de  $P(x)$ .



## QUESTÃO 03

Um recipiente cilíndrico, cujo raio da base mede  $\sqrt{7} \text{ cm}$ , contém água até a altura de  $2 \text{ cm}$  (Figura I).

Colocando-se um sólido em formato de cone circular reto dentro desse recipiente, de forma que a base do cone fique totalmente apoiada na base do recipiente, o nível da água sobe até a altura de  $3 \text{ cm}$ , conforme mostrado na Figura II:

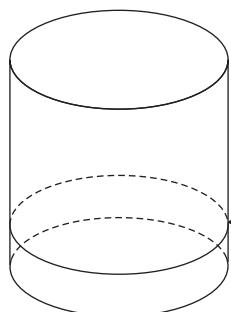


Figura I

Nível da  
água

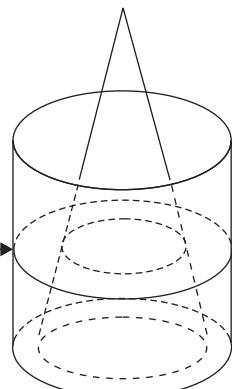
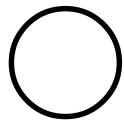


Figura II

Sabe-se que a medida da altura do cone é  $6 \text{ cm}$ .

Assim sendo, **CALCULE** o raio desse cone.



**QUESTÃO 04**

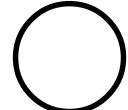
Considere o triângulo  $ABC$ , cujos lados  $AB$  e  $AC$  medem 1 e cujo ângulo  $\hat{BAC}$  mede  $36^\circ$ .

Seja  $D$  a interseção da bissetriz do ângulo  $\hat{ACB}$  com o lado  $AB$ .

1. **DEMONSTRE** que os triângulos  $BCD$  e  $CDA$  são isósceles.

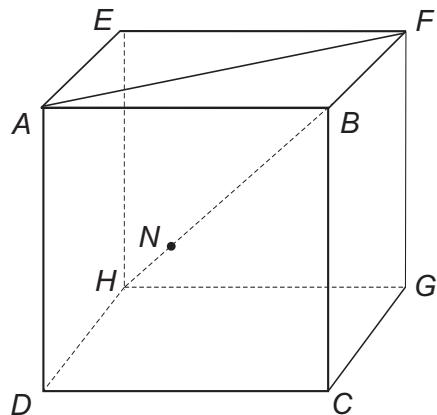
2. **CALCULE** a medida do lado  $BC$  do triângulo  $ABC$ .

3. **CALCULE**  $\sin 18^\circ$ .



## QUESTÃO 05

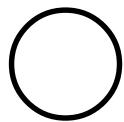
Observe este cubo de vértices  $A, B, C, D, E, F, G$  e  $H$ :



O ponto  $N$  da diagonal  $BH$  do cubo é tal que a medida do segmento  $BN$  é o dobro da medida do segmento  $HN$ .

Sabe-se que a aresta do cubo mede  $a$ .

Então, **CALCULE** o comprimento do segmento  $CN$ , em função de  $a$ .



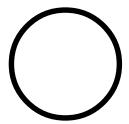
**QUESTÃO 06**

Seja  $z$  um número complexo.

Considere este sistema:

$$\begin{cases} |z| = 4 \\ |z - i| = \beta \end{cases}$$

**DETERMINE**  $\beta$  para que esse sistema tenha solução **única**.





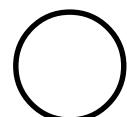
## QUESTÃO 07

Numa escola, há 10 professores de Matemática e 15 de Português. Pretende-se formar, com esses professores, uma comissão de sete membros.

1. Quantas comissões distintas podem ser formadas?

2. Quantas comissões distintas podem ser formadas com, pelo menos, **um** professor de Matemática?

3. Quantas comissões distintas podem ser formadas com, pelo menos, **dois** professores de Matemática e, pelo menos, **três** professores de Português?



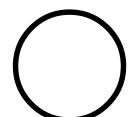
## QUESTÃO 08

1. Uma elipse é o conjunto de pontos no plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos  $F_1$  e  $F_2$  é uma constante igual a  $k$ .

**DETERMINE** a equação da elipse em que  $F_1 = (-\sqrt{15}, 0)$ ,  $F_2 = (\sqrt{15}, 0)$  e  $k = 8$ .

2. Seja  $C$  uma circunferência de centro  $(1,0)$  e raio  $r$ .

**DETERMINE** os valores de  $r$  para os quais a interseção de  $C$  com a elipse do item 1 seja **não-vazia**.





**vestibular 2004 ufmg**

Questões desta prova podem ser reproduzidas  
para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja  
mencionada a fonte: **Vestibular 2004 UFMG**.  
Reproduções de outra natureza devem ser  
autorizadas pela COPEVE/UFMG.