

MATEMÁTICA

Prova de 2ª Etapa



SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este caderno contém **oito** questões, constituídas de itens e subitens, abrangendo um total de **oito** páginas, numeradas de 3 a 12.
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu caderno está **completo**.
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
 - Questões 01, 02, 03 e 07: **12** pontos cada uma.
 - Questões 04, 05, 06 e 08: **13** pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas desta prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão da prova e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.
Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.
NÃO há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - Ao terminar a prova, entregue este caderno ao aplicador.

FAÇA LETRA LEGÍVEL

Duração desta prova: TRÊS HORAS.

Impressão digital do polegar direito
2ª vez
1ª vez

ATENÇÃO: Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até a saída do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

COLE AQUI A ETIQUETA

QUESTÃO 01 (Constituída de **três** itens.)

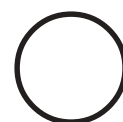
Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas que freqüentam, pelo menos, uma das três livrarias, **A**, **B** e **C**. Foram obtidos os seguintes dados:

- das 90 pessoas que freqüentam a Livraria **A**, 28 não freqüentam as demais;
- das 84 pessoas que freqüentam a Livraria **B**, 26 não freqüentam as demais;
- das 86 pessoas que freqüentam a Livraria **C**, 24 não freqüentam as demais;
- oito pessoas freqüentam as três livrarias.

1. **DETERMINE** o número de pessoas que freqüentam apenas **uma** das livrarias.

2. **DETERMINE** o número de pessoas que freqüentam, pelo menos, **duas** livrarias.

3. **DETERMINE** o número total de pessoas ouvidas nessa pesquisa.

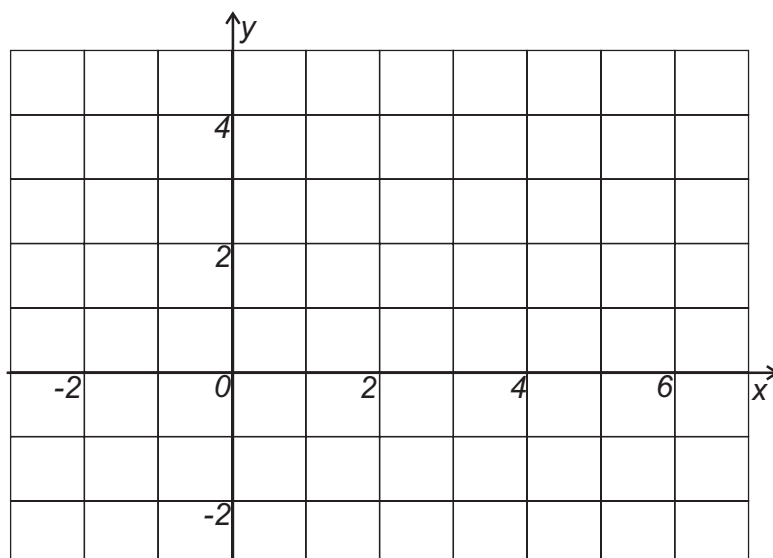


QUESTÃO 02 (Constituída de **três** itens.)

Considere estas funções reais:

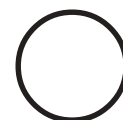
$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}, & \text{se } x < 1 \\ \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}, & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = -\frac{2}{5}x + \frac{19}{5}.$$

- 1.
- ESBOCE**
- , neste plano cartesiano, o gráfico de
- cada uma**
- dessas funções no intervalo
- $-3 \leq x \leq 7$
- :



- 2.
- DETERMINE**
- o conjunto
- $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\}$
- .

- 3.
- DETERMINE**
- o conjunto
- $\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$
- .



QUESTÃO 03 (Constituída de **dois** itens.)

Uma indústria produz dois tipos de fertilizante líquido, F_1 e F_2 , usando apenas os produtos líquidos **P** e **Q**.

O fertilizante F_1 é fabricado misturando-se esses produtos na proporção de 5 litros de **P** para cada 3 litros de **Q**. Por sua vez, o fertilizante F_2 resulta da mistura de 7 litros de **P** para cada 2 litros de **Q**.

1. **DETERMINE** a quantidade do produto **Q** a ser usada na fabricação de 260 litros do fertilizante F_1 .

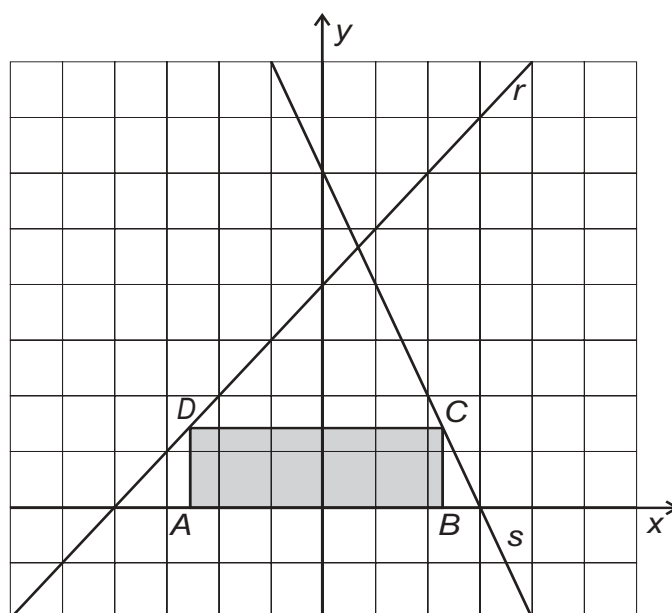
Certa vez, durante a fabricação do fertilizante F_2 , verificou-se que a composição da mistura era de 80% do produto **P** e 20% do produto **Q**, estando, portanto, errada. Já haviam sido fabricados 2 200 litros desse fertilizante. Para corrigir esse erro, foi acrescentada à mistura uma certa quantidade do fertilizante F_1 .

2. **DETERMINE** a quantidade do fertilizante F_1 que foi acrescentada à mistura.



QUESTÃO 04 (Constituída de **dois** itens.)

Neste plano cartesiano, estão representados o retângulo $ABCD$ e as retas r e s :



Sabe-se que

- a equação de r é $y = x + 4$ e a equação de s é $y = -2x + 6$;
- os pontos D e C pertencem, respectivamente, às retas r e s e têm ordenadas positivas; e
- $A = (a, 0)$ e $B = (b, 0)$, sendo $a < b$.

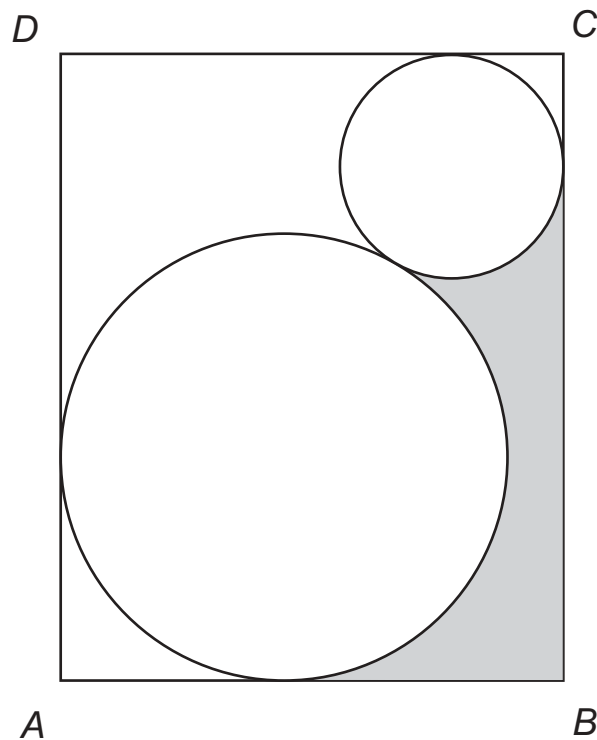
1. **CALCULE** a área do retângulo $ABCD$ em função apenas de b .

2. **DETERMINE** o valor de b para que a área do retângulo $ABCD$ seja **máxima** e **CALCULE** essa área.



QUESTÃO 05 (Constituída de **dois** itens.)

Nesta figura, os dois círculos são tangentes entre si e tangentes aos lados do retângulo $ABCD$:

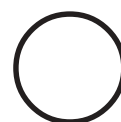
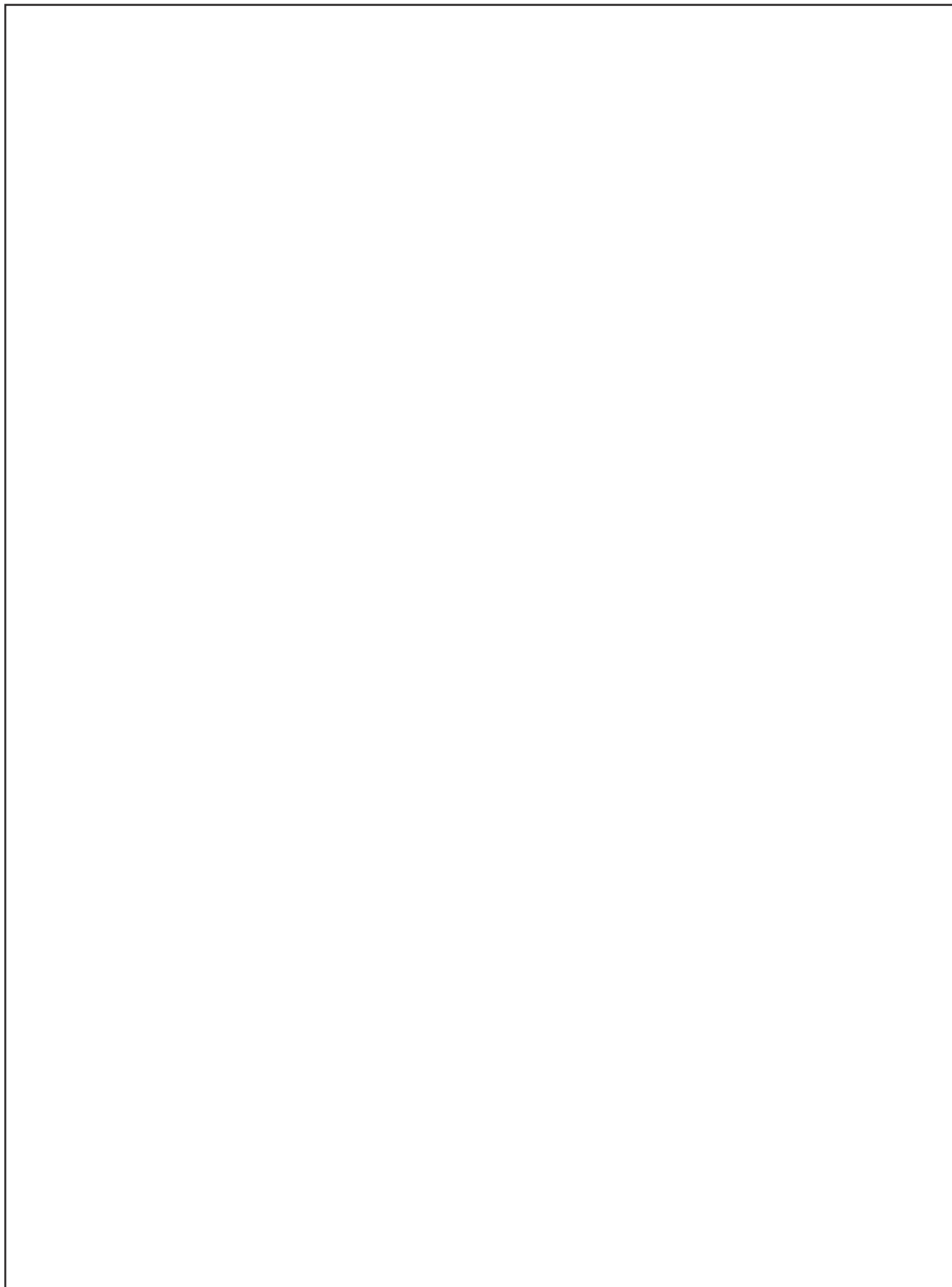


Sabe-se que

- o raio do círculo menor e o do círculo maior medem, respectivamente, 2 cm e 4 cm ; e
- o lado AB do retângulo mede 9 cm .

1. **CALCULE** o comprimento do lado AD do retângulo.

2. **CALCULE** a área da região sombreada na figura.



**QUESTÃO 06** (Constituída de **dois** itens.)

Considere o polinômio

$$p(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m - 1,$$

sendo m um número real maior que $\frac{1}{2}$.

1. **CALCULE** as raízes de $p(x)$ em função de m .

2. **DETERMINE** os valores de m para que $p(x)$ tenha **quatro** raízes distintas e em progressão aritmética.



QUESTÃO 07 (Constituída de **dois** itens.)

Seja $z = (a + i)^3$ um número complexo, sendo a um número real.

1. **ESCREVA** z na forma $x + iy$, sendo x e y números reais.

2. **DETERMINE** os valores de a para que z seja um número imaginário puro.



**QUESTÃO 08** (Constituída de **dois** itens.)

Seja S o conjunto dos números naturais de 1 a 100.

1. **DETERMINE** a probabilidade de se escolherem **dois** números distintos de S de forma que a soma deles seja um número par.

2. **DETERMINE** a probabilidade de se escolherem **dois** números distintos de S de forma que a soma deles seja divisível por 3.





Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2006 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser autorizadas pela COPEVE/UFMG.