

MATEMÁTICA – 2^a ETAPA do VESTIBULAR 2000 da UFMG

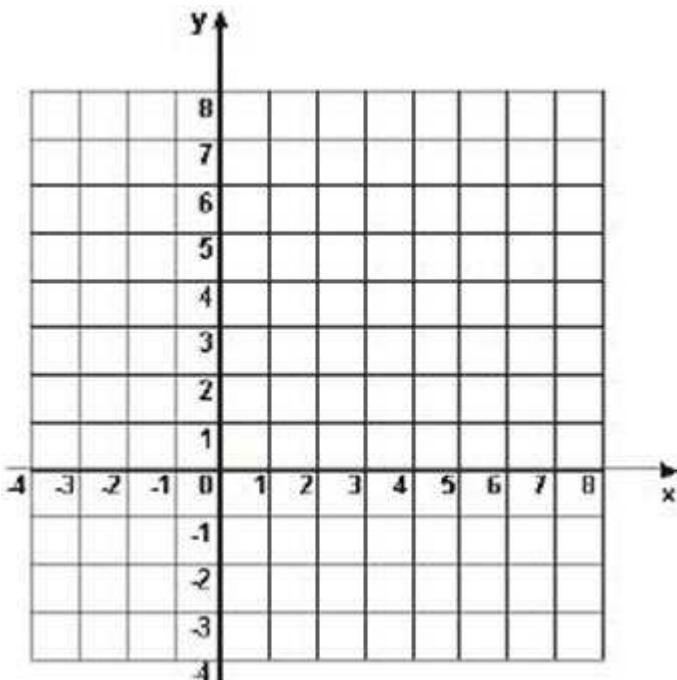
QUESTÃO 01

A função contínua $y = f(x)$ está definida no intervalo $[-4, 8]$ por

$$f(x) = \begin{cases} x+6 & \text{se } -4 \leq x \leq 0 \\ ax+b & \text{se } 0 < x < 4 \\ 2x-10 & \text{se } 4 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

sendo a e b números reais.

CALCULE os valores de a e b e **ESBOCE** o gráfico da função dada no plano cartesiano representado na figura abaixo.



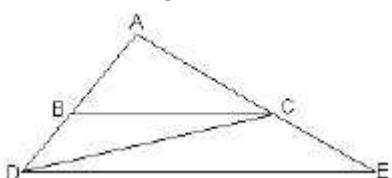
QUESTÃO 02

Os números reais **3**, a e b são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética cuja razão é positiva. Por sua vez, os números reais a , b e **8** são, também nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica.

DETERMINE a e b .

QUESTÃO 03

Observe a figura.



Nessa figura, os segmentos BC e DE são paralelos.

Sendo A_1 e A_2 as áreas dos triângulos ABC e BCD , respectivamente, sabe-se que $(A_1/A_2) = 5/3$.

Considerando A_3 a área do triângulo DCE , **CALCULE** o valor de A_3/A_2 .

QUESTÃO 04

Por três pontos não-colineares do plano complexo, z_1 , z_2 e z_3 , passa uma única circunferência.

Sabe-se que um ponto z está sobre essa circunferência se, e somente se, $(\bar{z}_2 - \bar{z}_3)(z_1 - z_3)(\bar{z}_1 - \bar{z})(z_2 - z)$ for um número real.

Seja **C** a única circunferência que passa pelos pontos $z_1 = 1$, $z_2 = -3i$ e $z_3 = -7 + 4i$ do plano complexo.

Assim sendo, **DETERMINE** todos os pontos do plano complexo cuja parte real é igual a -1 e que estão sobre a circunferência **C**.

QUESTÃO 05

Um fabricante gastava R\$ 40,00 na produção de cada unidade de uma mercadoria, que ele vendia por R\$ 100,00. Sobre o preço de venda, o fabricante pagava 40% de imposto.

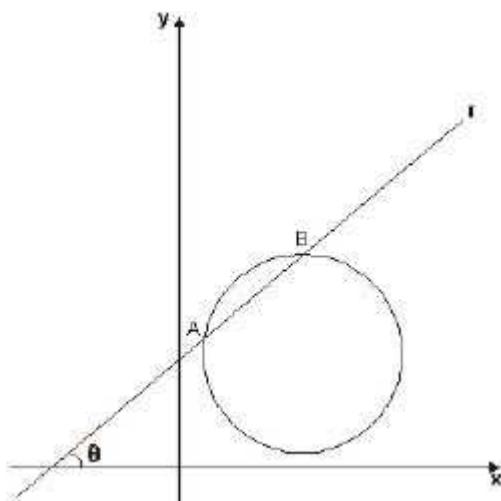
Devido a problemas com os preços das matérias-primas, o custo de fabricação teve um aumento de 60%.

Então, para evitar uma queda acentuada na produção, o Governo resolveu diminuir a alíquota do imposto para 30% do preço de venda, e o fabricante concordou em diminuir o seu percentual de lucro, de 50% para 40%.

CALCULE o novo preço de venda dessa mercadoria.

QUESTÃO 06

Observe a figura.



Nessa figura, a reta **r** determina uma corda **AB**, de comprimento $4\sqrt{6}$, na circunferência de equação $x^2 - 18x + y^2 - 16y + 96 = 0$. Além disso, a reta **r** faz com o eixo **x** um ângulo Θ tal que $\tan \Theta = 3/4$ e intercepta o eixo **y** em um ponto de ordenada positiva.

DETERMINE a equação da reta **r**.

QUESTÃO 07

Considere o sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 2x + 4y + 3z = a \\ 3x + 7y + 8z = 25 \\ 4x + 6y + 5z = 36 \end{cases}$$

DETERMINE o valor de a para que o sistema tenha solução.

Usando esse valor de a , **RESOLVA** o sistema.

QUESTÃO 08

Um reservatório é abastecido por duas torneiras, **A** e **B**. A torneira **A**, sozinha, enche o reservatório em 20 horas. A torneira **B**, sozinha, enche o mesmo reservatório em 18 horas.

Às duas horas da manhã, estando esse reservatório vazio, as duas torneiras são abertas. Depois de 4 horas e 30 minutos, a torneira **B** é fechada e a torneira **A** continua a abastecer o reservatório.

DETERMINE a hora exata em que esse reservatório estará cheio.

QUESTÃO 09

A seção transversal de um túnel tem a forma de um arco de parábola, com 10 m de largura na base e altura máxima de 6 m, que ocorre acima do ponto médio da base. De cada lado, são reservados 1,5 m para passagem de pedestres, e o restante é dividido em duas pistas para veículos.

As autoridades só permitem que um veículo passe por esse túnel caso tenha uma altura de, no máximo, 30 cm a menos que a altura mínima do túnel sobre as pistas para veículos.

CALCULE a altura **máxima** que um veículo pode ter para que sua passagem pelo túnel seja permitida.