

## MATEMÁTICA – 2ª ETAPA do VESTIBULAR 2000 da UFMG

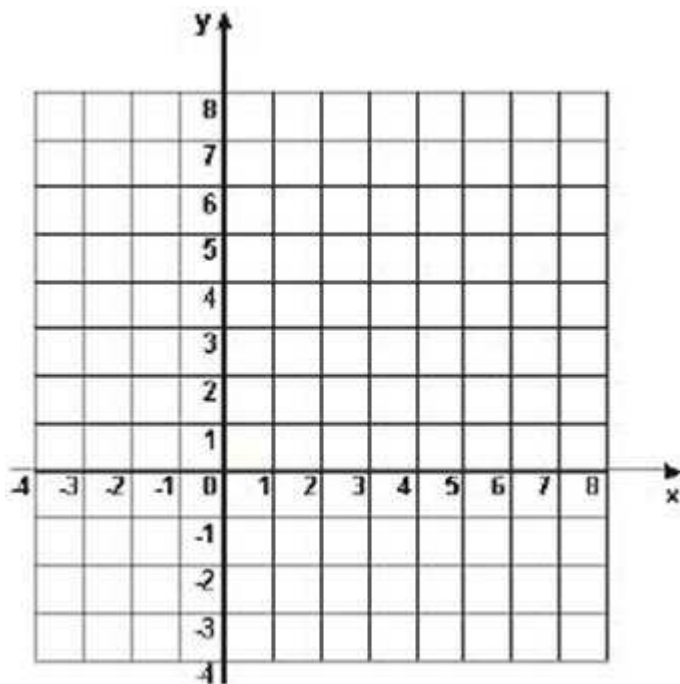
### QUESTÃO 01

A função contínua  $y = f(x)$  está definida no intervalo  $[-4, 8]$  por

$$f(x) = \begin{cases} x+6 & \text{se } -4 \leq x \leq 0 \\ ax+b & \text{se } 0 < x < 4 \\ 2x-10 & \text{se } 4 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

sendo  $a$  e  $b$  números reais.

**CALCULE** os valores de  $a$  e  $b$  e **ESBOCE** o gráfico da função dada no plano cartesiano representado na figura abaixo.



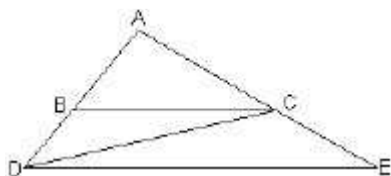
### QUESTÃO 02

Os números reais **3**,  **$a$**  e  **$b$**  são, nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão aritmética cuja razão é positiva. Por sua vez, os números reais  **$a$** ,  **$b$**  e **8** são, também nessa ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica.

**DETERMINE  $a$  e  $b$ .**

### QUESTÃO 03

Observe a figura.



Nessa figura, os segmentos  $BC$  e  $DE$  são paralelos.

Sendo  $A_1$  e  $A_2$  as áreas dos triângulos  $ABC$  e  $BCD$ , respectivamente, sabe-se que  $(A_1/A_2) = 5/3$ .

Considerando  $A_3$  a área do triângulo  $DCE$ , **CALCULE** o valor de  $A_3/A_2$ .

#### QUESTÃO 04

Por três pontos não-colineares do plano complexo,  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$ , passa uma única circunferência.

Sabe-se que um ponto  $z$  está sobre essa circunferência se, e somente se,

$$(\bar{z}_2 - \bar{z}_3)(z_1 - z_3)(\bar{z}_1 - \bar{z})(z_2 - z) \text{ for um número real.}$$

Seja  $C$  a única circunferência que passa pelos pontos  $z_1 = 1$ ,  $z_2 = -3i$  e  $z_3 = -7 + 4i$  do plano complexo.

Assim sendo, **DETERMINE** todos os pontos do plano complexo cuja parte real é igual a  $-1$  e que estão sobre a circunferência  $C$ .

#### QUESTÃO 05

Um fabricante gastava R\$ 40,00 na produção de cada unidade de uma mercadoria, que ele vendia por R\$ 100,00. Sobre o preço de venda, o fabricante pagava 40% de

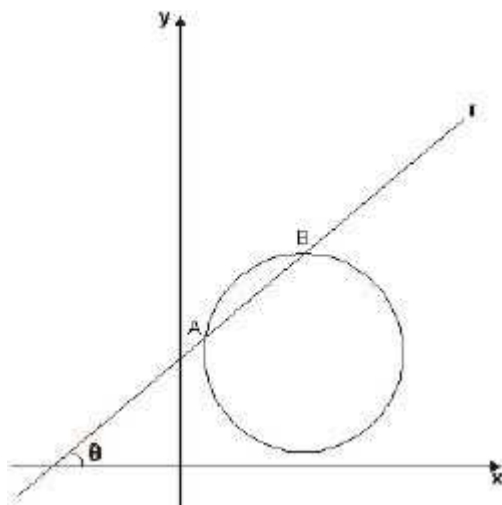
imposto. Devido a problemas com os preços das matérias-primas, o custo de fabricação teve um

aumento de 60%. Então, para evitar uma queda acentuada na produção, o Governo resolveu diminuir a alíquota do imposto para 30% do preço de venda, e o fabricante concordou em diminuir o seu percentual de lucro, de 50% para 40%.

**CALCULE** o novo preço de venda dessa mercadoria.

#### QUESTÃO 06

Observe a figura.



Nessa figura, a reta  $r$  determina uma corda  $AB$ , de comprimento  $4\sqrt{6}$ , na circunferência de equação  $x^2 - 18x + y^2 - 16y + 96 = 0$ . Além disso, a reta  $r$  faz com o eixo  $x$  um ângulo  $\theta$  tal que  $\tan \theta = 3/4$  e intercepta o eixo  $y$  em um ponto de ordenada positiva.

**DETERMINE** a equação da reta  $r$ .

### QUESTÃO 07

Considere o sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 2x + 4y + 3z = a \\ 3x + 7y + 8z = 25 \\ 4x + 6y + 5z = 36 \end{cases}$$

**DETERMINE** o valor de  $a$  para que o sistema tenha solução.

Usando esse valor de  $a$ , **RESOLVA** o sistema.

### QUESTÃO 08

Um reservatório é abastecido por duas torneiras, **A** e **B**. A torneira **A**, sozinha, enche o reservatório em 20 horas. A torneira **B**, sozinha, enche o mesmo reservatório em 18 horas.

Às duas horas da manhã, estando esse reservatório vazio, as duas torneiras são abertas. Depois de 4 horas e 30 minutos, a torneira **B** é fechada e a torneira **A** continua a abastecer o reservatório.

**DETERMINE** a hora exata em que esse reservatório estará cheio.

### QUESTÃO 09

A seção transversal de um túnel tem a forma de um arco de parábola, com 10 m de largura na base e altura máxima de 6 m, que ocorre acima do ponto médio da base. De cada lado, são reservados 1,5 m para passagem de pedestres, e o restante é dividido em duas pistas para veículos.

As autoridades só permitem que um veículo passe por esse túnel caso tenha uma altura de, no máximo, 30 cm a menos que a altura mínima do túnel sobre as pistas para veículos.

**CALCULE** a altura **máxima** que um veículo pode ter para que sua passagem pelo túnel seja permitida.