

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

ASSUNTO : FUNÇÕES

3^a SÉRIE – ENSINO MÉDIO - 2009

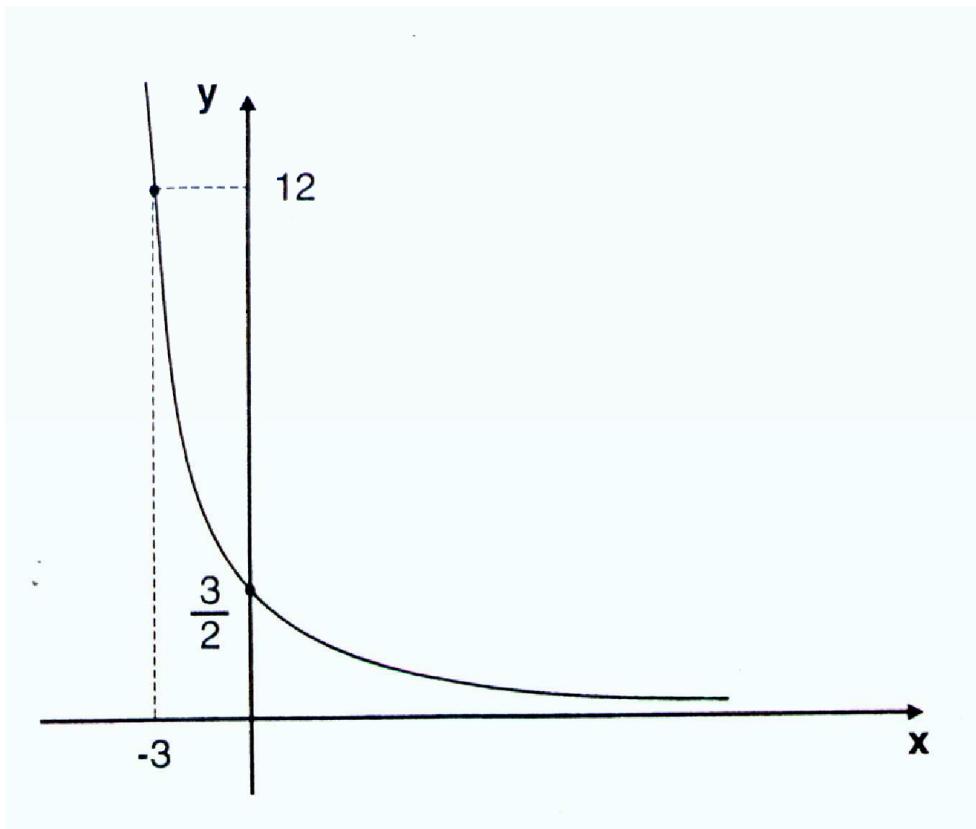
- 1) Para um número real fixo α , a função $f(x) = \alpha x - 2$ é tal que $f(f(1)) = -3$. Calcule o valor de α .
- (Resp. $\alpha = 1$)
-

- 2) Determine conjunto de todos os valores reais de x que satisfazem a equação

$$2\log_{10} x = 1 + \log_{10} \left(x + \frac{11}{10} \right).$$

(Resp. $\{ 11 \}$)

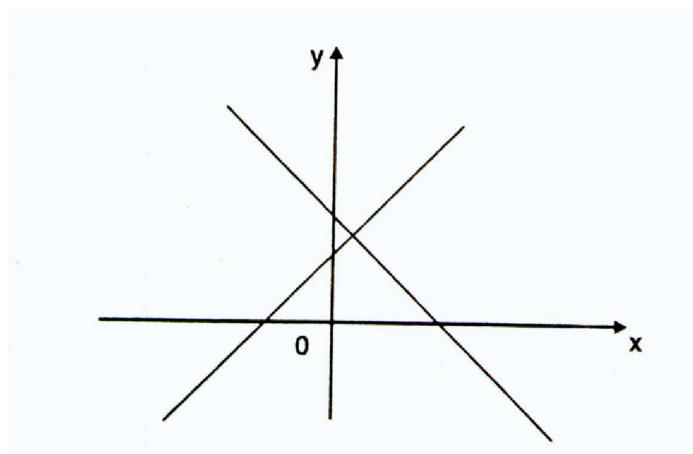
- 3) Observe a figura.



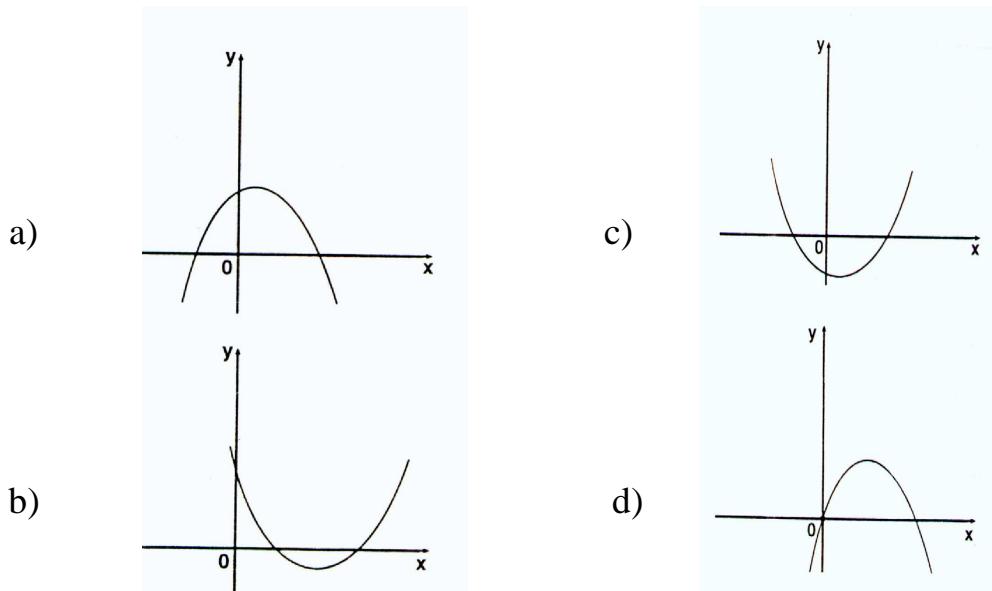
Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = k \alpha^x$, sendo k e α constantes positivas. Calcule o valor de $f(2)$.

(Resp. : $\frac{3}{8}$)

4) Observe a figura :



Nela , estão representadas as retas $y = ax + b$ e $Y = cx + d$. A alternativa que melhor representa o gráfico de $y = (ax + b)(cx + d)$ é :



(Resp. : a)

.....

5) Duas funções f e g são tais que $f(x) = 2x + 3$ e $f[g(x)] = 5 - 2x$. Calcule valor de $g(-1)$.

(Resp. : 2)

.....

6) Calcule a raiz da equação $3^{(2x/3)} - (1/2) \cdot 3^{(x/3) + 1} = 0$.

(Resp. : $\frac{3\ln(3/2)}{\lambda n 3}$)

7) A expressão $\frac{1}{a} \lambda n\left(\frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2}}\right)$, para $0 < a < x$, é igual :

- a) $\frac{1}{a} \lambda n\left(\frac{1}{x-a}\right)$
- b) $\frac{1}{a} \lambda n\left(\frac{x-a}{x+a}\right)$
- c) $\frac{1}{2a} \lambda n\left(\frac{x+a}{x-a}\right)$
- d) $\frac{1}{2a} \lambda n\left(\frac{x-a}{x+a}\right)$
- e) $\frac{1}{a} \lambda n\left(\frac{x+a}{x-a}\right)$

(Resp. : d)

8) Calcule a soma das raízes da equação $x^2 - x - |x| - 4 = 0$.

(Resp. : 0)

9) A função f , do primeiro grau, $f(x) = ax + b$, é crescente e $a = \frac{m}{m-1}$. Determine o conjunto de valores que m pode assumir.

(Resp. : $m < 0$ ou $m > 1$)

10) Todos os pontos da parábola de equação $y = x^2 + ax + 9$ estão acima do eixo das abscissas. Determine os valores de a .

(Resp. : $|a| < 6$)

11) A velocidade de uma lancha é dada por $v(t) = 20(1 - e^{-t/50})$, em metros por segundo. Calcule o tempo gasto, em segundos, para a lancha atingir 18 m/s. Usar $\lambda n 10 = 2,3$

(Resp. : 115 s)

12) Se $x > 0$, a expressão $\log_2 x^2 + \log_4 x$ pode ser substituída por :

- a) $\frac{1}{2} \log_2 x$
- b) $3 \log_2 x$
- c) $\frac{3}{2} \log_2 x$
- d) $2 \log_2 x$
- e) $\frac{5}{2} \log_2 x$

(Resp. : e)

13) Determine número de raízes da equação $x|x| - 3x + 2 = 0$.

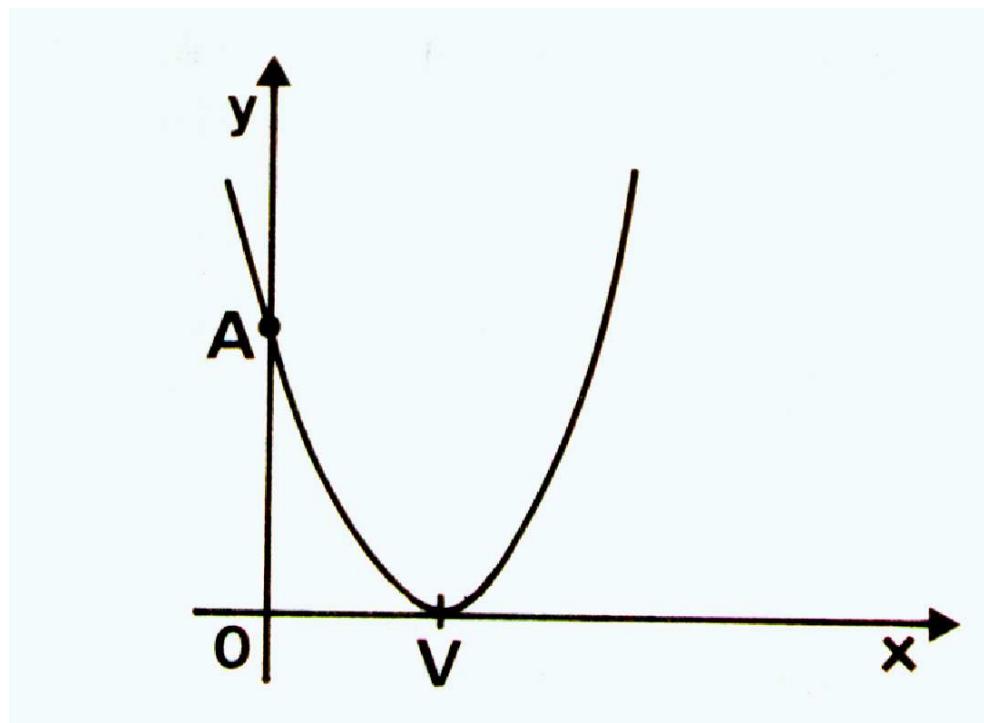
(Resp. : 4 raízes)

- 14) Uma função $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ é dita crescente se $f(x_2) \geq f(x_1)$ sempre que $x_2 \geq x_1$. Qual das funções mostradas a seguir não é absolutamente crescente?

- (I) $f(x) = e^x$
- (II) $f(x) = x^3$
- (III) $f(x) = x^5 - 2$
- (IV) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$
- (V) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$

(Resp.: V)

- 15) Observe a figura:



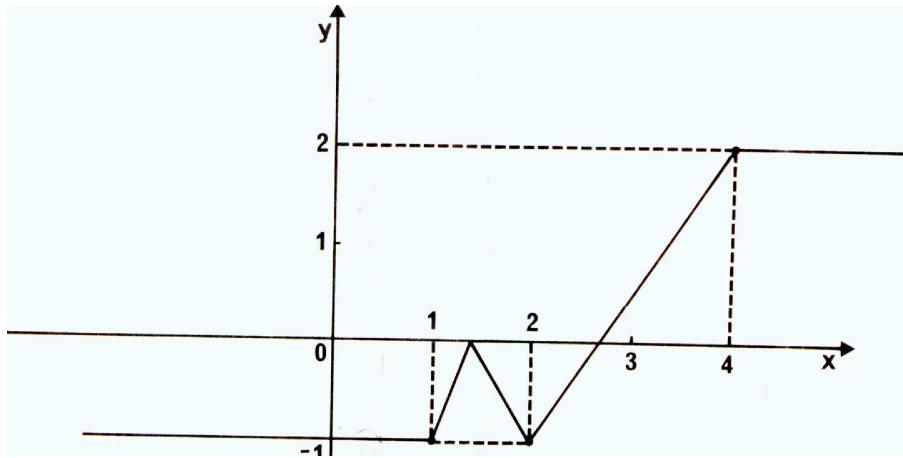
Nessa figura, a parábola de vértice V é o gráfico de $y = x^2 + bx + c$. Sendo $AO = 2.(OV)$ e a abscissa de V diferente de zero, Calcule o valor de c.
 (Resp.: $c = 4$)

- 16) Determine o conjunto de todos os valores de x que satisfazem à desigualdade

$$\frac{-x^2 + 2}{-x^2 + 2x - 2} \leq 1.$$

(Resp.: $\{x \in \mathbf{R} : x \leq 2\}$)

17) Observe a figura :



Nessa figura está representado o gráfico da função real de variável real $y = f(x)$.

Então, o valor de $f(3) + f(2^5) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ pertence ao conjunto :

- a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq -1\}$
- b) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 0\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 1\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 2\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x \leq 3\}$

(Resp. : d)

18) Seja b um número positivo . Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} x + \frac{3}{2}b, & \text{se } x < b \\ x^2 - 3, & \text{se } x \geq b \end{cases}$$

Se $f(f(\frac{b}{2})) = 97$, calcule o valor de b .

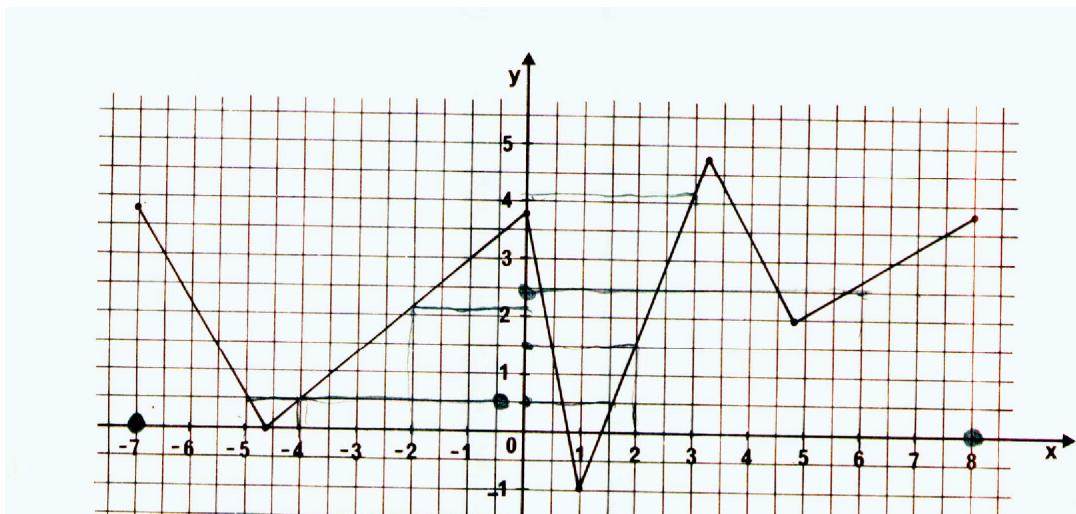
(Resp. : $b = 5$)

19) Seja f uma função real de variável real dada por $f(x) = x + \sqrt{x^2} - \log_{10} x^2$. Calcule $f(-10)$.

(Resp. : não está definido)

- 20) Seja $f(x) = 3^x - \frac{9^x}{4}$ uma função real de variável real. O conjunto que contém todos os valores reais de x para os quais $f(x) = f(x-1)$ é o conjunto V . Determine o conjunto V .
 (Resp.: $V = \{x \in \mathbf{R} : 0 \leq x < 2\}$)
-

- 21) Observe a figura



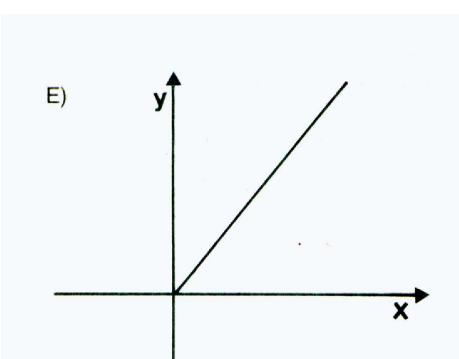
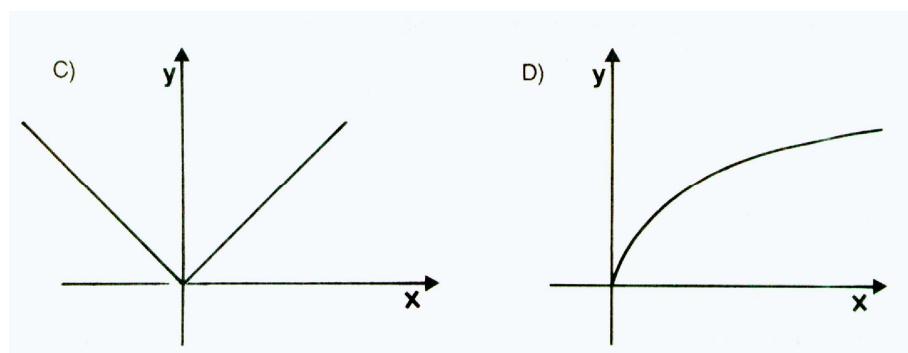
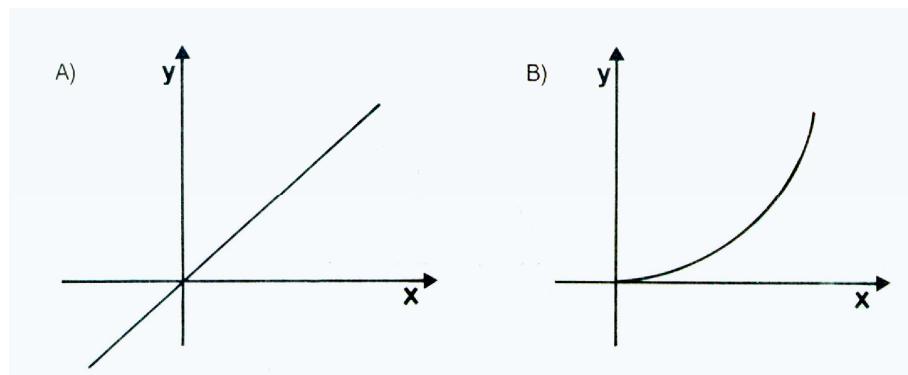
Essa figura contém o gráfico da função $y = f(x)$ definida em $A = \{x \in \mathbf{R} : -7 \leq x \leq 8\}$. Qual das afirmativas abaixo, sobre a figura, é **incorrecta**

- (I) A soma de todas as raízes distintas de $f(x)$ é negativa.
- (II) $f(-5) < f(6)$.
- (III) $f(-4) + f(2) > 1$.
- (IV) A soma de todos os valores distintos de x , $x \in A$, tais que $f(x) = 3$ é um número positivo.
- (V) $f(3) - f(-2) < 0$.

(Resp.: V)

- 22) Determine o conjunto de todos os valores reais de x que satisfazem à desigualdade $\frac{x^2 + 4x - 5}{x-1} \geq 0$.
 (Resp.: $\{x \in \mathbf{R} : -5 \leq x < 1\}$)

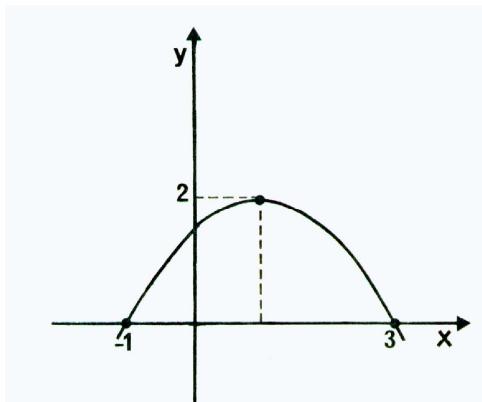
23) O gráfico da função dada por $f(x) = \sqrt{x^2}$ é :



(Resp. : c)

.....

24) Observe a figura :



Determine a função cujo gráfico está nela representado .

(Resp. : $y = x^2 - 2x - 3$)

- 25) Seja $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ uma função tal que $f(3x + 1) = 1 - x$. Calcule $f(a)$.

(Resp. : $\frac{4-a}{3}$)

- 26) Determine o conjunto solução da equação $2\log x = -\log \frac{1}{x+2}$, onde **log** representa o logarítmico decimal .

(Resp. : $\{-1,2\}$)

- 27) A solução da equação $2^{3x+2} - 2^{3x+1} = 50^x$ é um número

- a) menor do que -3
- b) entre -2 e -1
- c) entre 0 e 1
- d) entre 2 e 3
- e) maior do que 3

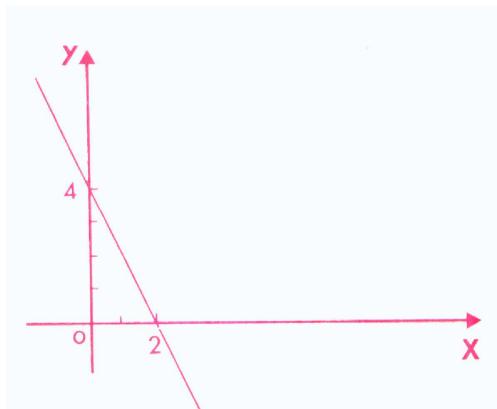
(Resp. : c)

- 28) O gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, tem $(5, 3)$ como o ponto mais próximo do eixo das abscissas e passa pelo ponto $(1, 4)$. Todas as afirmativas sobre essa função estão corretas, EXCETO

- a) A função não tem raízes reais .
- b) Obrigatoriamente se tem $a > 0$.
- c) O eixo da simetria do gráfico é a reta $x = 5$.
- d) O gráfico passa pelo ponto $(9, 4)$.
- e) O gráfico corta o eixo dos y no ponto $(0, \frac{11}{3})$.

(Resp. e)

- 29) (UFMG) - Observe a figura .



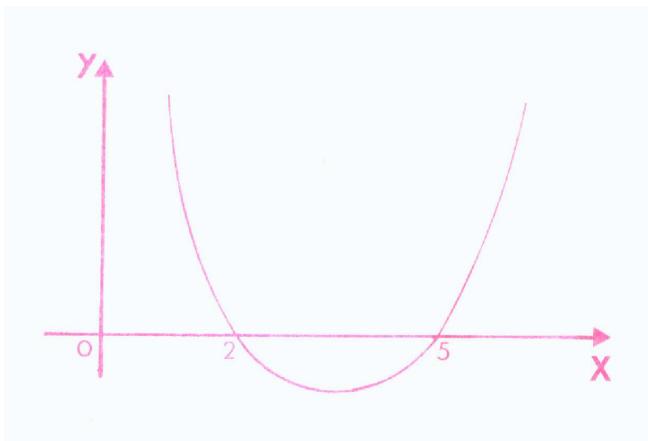
O gráfico da função $f(x) = ax + b$ está representado nessa figura . Calcule o valor de $a + b$.

(Resp. : $a + b = 2$)

-
- 30) Suponha – se que o número $f(x)$ de funcionários necessários para distribuir , em um dia , contas de luz entre x por cento de moradores, numa determinada cidade , seja dado pela função $f(x) = \frac{300x}{150 - x}$. Se o número de funcionários necessários para distribuir , em um dia , as contas de luz foi 75 , qual foi a porcentagem de moradores que as receberam ?

(Resp. : 30%)

-
- 31) Sejam f e g funções reais de variável real tais que $g(x) = x - 1$ e a função f , do segundo grau , o gráfico representado na figura. Determine o conjunto solução da desigualdade $f(x) \cdot g(x) \geq 0$.



(Resp. : $\{ x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2 \text{ ou } x \geq 5 \})$

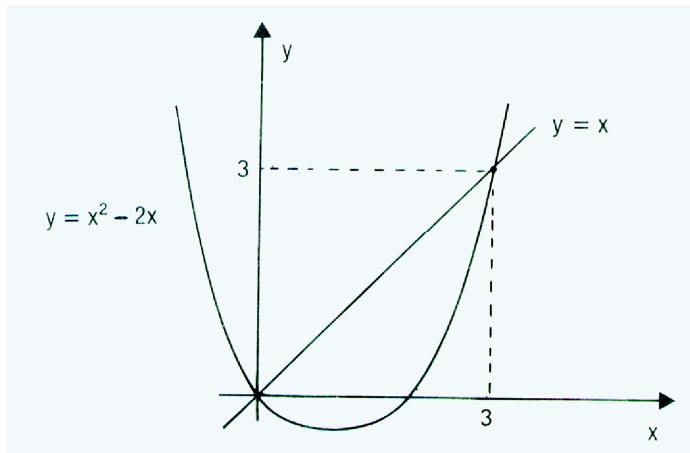
-
- 32) Considere a função definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \text{ é racional} \\ 1 - x & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$. Calcule o valor de $f(2) + 2f(\sqrt{2}) - 4f\left(\frac{1}{2}\right)$.

(Resp. : $5 - 2\sqrt{2}$)

-
- 33) (UFMG) – Seja $\log_a 8 = -\frac{3}{4}$, $a > 0$. Calcule o valor da base a .

(Resp. : $a = \frac{1}{16}$)

34) Observe o gráfico .



Com base nesse gráfico , pode-se afirmar que

- a) $x(x^2 - 2x) > 0$ se e só se $x < 0$ ou $x > 2$.
- b) $x^2 - 2x > 0$ se e só se $x < 0$ ou $x > 3$.
- c) $x^2 - 2x < 0$ se e só se $0 < x < 3$.
- d) $x > x^2 - 2x$ se e só se $0 < x < 3$.
- e) $x < x^2 - 2x$ se e só se $x < 0$ ou $x > 2$.

(Resp. : d)

35) Determine o conjunto de todos os valores reais de m para os quais o conjunto imagem de $f(x) = -x^2 + mx - \frac{1}{2}$ é $B = \{ y \in \mathbf{R} : y \leq 2 \}$.

(Resp. : $\{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\}$)

36) A função do 2º grau , $y = f(x)$, cujo gráfico passa pelo ponto $(-1 , 3)$ e tangencia o eixo das abscissas no ponto $(-2 , 0)$, é $f(x)$. Determine $f(x)$.
(Resp. : $f(x) = 3x^2 + 12x + 12$)

37) Considere a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 5 & \text{se } 1 < x \leq 4 \\ x - 4 & \text{se } x > 4 \end{cases}$$

Calcule o valor de $f(f(f(2)))$.

(Resp. : 3)

38) Seja $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ uma função dada por $f(x) = 2 + \sqrt{x^2 + 1}$. Determine o conjunto imagem de $f(x)$.

(Resp. : $\text{Im}(f) = \{ y \in \mathbf{R} : y \geq 3 \}$)

39) Determine o conjunto de todos os números reais que satisfazem à equação $2\log_3 x = -1$.

(Resp.: $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$)

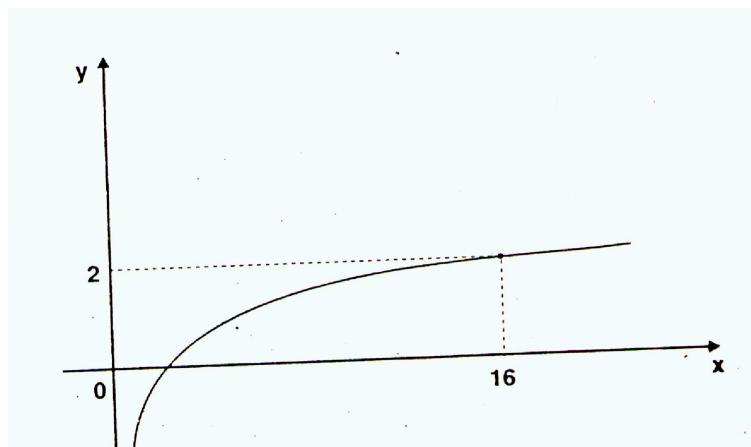
40) Para a função $f(x) = 5x + 3$ e um número b , tem-se $f(f(b)) = -2$. Calcule valor de b .

(Resp.: $b = -\frac{4}{5}$)

40) Qual é o valor de x que satisfaz a equação $2^{4x} - 6(2^{2x}) = 16$?

(Resp.: $x = 1,5$)

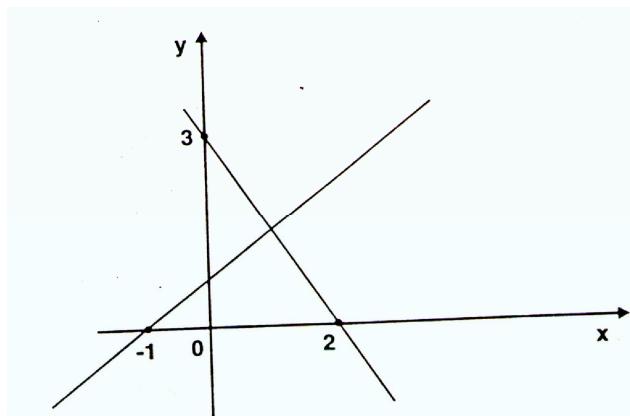
41) Observe a figura.



Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = \log_a x$. Calcule o valor de $f(128)$.

(Resp.: $f(128) = 2,5$)

42) Observe a figura:



Nessa figura estão representadas duas retas perpendiculares que são gráficos de $y = f(x)$ e $y = g(x)$. Calcule o valor máximo da função $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.
(Resp. : 3)

APÊNDICE : ALGUMAS FORMAS ALGÉBRICAS DE FUNÇÕES REAIS NOTÁVEIS

→ **Função constante :**

$$y = f(x) = k, \text{ onde } k \text{ é número real}.$$

→ **Função do 1º grau :**

$$y = f(x) = ax + b, \text{ onde } a \text{ e } b \text{ são números reais e } a \neq 0.$$

→ **Função do 2º grau (quadrática) :**

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ onde } a, b \text{ e } c \text{ são números reais e } a \neq 0.$$

→ **Função modular :**

$$y = f(x) = |g(x)| = \begin{cases} g(x), & \text{se } g(x) \geq 0 \\ -g(x), & \text{se } g(x) < 0 \end{cases}$$

→ **Função exponencial :**

$$y = f(x) = k \cdot a^{g(x)}, \text{ onde } k \text{ e } a \text{ são números reais, } a > 0 \text{ e } a \neq 1.$$

→ **Função logarítmica :**

$$y = f(x) = \log_a g(x), \text{ onde } a \text{ é número real, } a > 0 \text{ e } a \neq 1.$$